

Mindenki ismeri az $E=mc^2$ kifejezést! De vajon tudja-e mit jelent?

Mindannyian Einsteintől származtatjuk ezt a híres egyenletet! Mindenki azonnal fújja, de vajon tudja-e mit tartalmaz, mi a jelentősége? Az alábbiakban be fogjuk mutatni --egy gondolat kísérlettel, némi fizikai, és matematikai ismeret segítségével-- az egyenlet értelmét, lényegét.

Klasszikus fizikai kifejtéséhez az egyenletet az alábbi formába kell rendeznünk:

$$\frac{E}{m} = c^2 = \text{állandó}$$

vagyis az energia és a tömeg egymással viszonyban van, mégpedig úgy, hogy az arányuk állandó. Az arányszám, az állandó, a fénysebesség négyzete. Külön tanulmányt érdemel az energia és a tömeg egymásba alakulása, méginkább a határeset vizsgálata, vagyis, ha a tömeg teljes egészében energiává alakulna.

A kifejezés egyszerűsége, eleganciája, amellyel összefűzi a természet három alapvető tényezőjét, az energiát, a tömeget és a fénysebességet, lenyűgöző. Ezért is annyira közismert. Nézzük hát akkor, hogy az „egyenletek egyenlege” honnan is származik?

Már Einstein korát megelőzően ismeretes volt, hogy az elektromágneses sugárzásnak van momentuma. Ez azt jelenti, hogy nemcsak energiája van, tömegének is lennie kell. Mint szélsőség a fény sebességével száguldó részecske –a foton-- is kettős természetű. Akármilyen kicsiny is ez az érték mégis mérhető. Végezzük el tehát az ígért gondolat-kísérletet.

Legyen egy üres D élű és M tömegű test akárhol az űrben, mondjuk egy kocka, vagyis szimmetrikus, beleértve a tömegeloszlását is.

Legyen a kocka egyik belső oldala sugárzó anyaggal bevonva.

Egy adott pillanatban egy foton (fény elemi részecske) lép ki ebből az emittáló rétegből a felületre merőleges irányban.

A foton momentuma a kockát a foton mozgásával ellentétes irányba mozdítja el és ez a mozgás addig tart, amíg a foton el nem éri a kocka szemközti falát. Ezen t idő alatt a kocka egy utat --ha nagyon rövidet is-- tett meg, jelöljük Δx -el.

Newton törvénye szerint, a tömeg középpontja nem mozdul el, ha nem hat rá külső erő, vagyis a kockánk tömegközéppontja mozdulatlan marad, mert nem hatott rá külső erő, de a kocka Δx - el elmozdult! Ez csak úgy lehetséges, hogy a tömeg átrendeződött.

Mivel csak annyi történt, hogy a sugárzó oldalról egy foton átment az elnyelő szemközti oldalra, ezért a fotonnak egy tömeget kellett átvinnie az eredeti egyensúly fennmaradásához. A fotonnak tehát tömege van és ez éppen m !

Tehát a foton, amelynek E energiája is van és kilép a sugárzó oldalból egy P_{foton} momentummal rendelkezik, amely éppen egyenlő az E energia és a fénysebesség (a foton sebessége)

hányadosával:
$$P_{foton} = \frac{E}{c}$$

A foton ezt a momentumát megosztja a kockával, okozva a kocka Δx elmozdulását, t idő alatt, amíg átér a kocka túloldalára. A kocka momentuma P_{kocka} egyenlő a tömege és sebességének szorzatával: $P_{kocka} = Mv_{kocka}$. Ez az a sebesség, amellyel a kocka mozog amikor a foton becsapódik. Megjegyzendő, hogy a kocka tömege csökken a foton m tömegével a kísérlet során, azonban ez itt elhanyagolható.

Ezáltal
$$P_{foton} = P_{kocka} = \frac{E}{c} = (M - m)v_{kocka}$$

és innen $v_{kocka} = \frac{E}{cM}$ 1.

Hasonlóan meghatározhatjuk az időt, amely a fotonnak szükséges keresztül utaznia kocka belsejét és ez pontosan egyenlő a megtett út és a foton sebességének hányadosával, vagyis a kocka mérete, D és az elmozdulásának, Δx különbsége osztva a c -vel, a fény sebességével:

$$t = \frac{D - \Delta x}{c}$$

Újabb egyszerűsítéssel, elhanyagolhatjuk Δx -et D mellett, mivel az csak egy nagyon kis töredéke a kocka méretének, tehát írhatjuk, hogy

$$t = \frac{D}{c}$$
2.

Mivel $v_{kocka} = \frac{\Delta x}{t}$, ezt visszahelyettesíthetjük 2.-be

$$v_{kocka} = \frac{\Delta x c}{D}$$
 3.

Ezt írjuk be az 1.-be $\frac{\Delta x c}{D} = \frac{E}{cM}$

átrendezve $\Delta x M = \frac{ED}{c^2}$ 4.

Legyen a kocka közepe $x=0$ kezdetben és a tömegközép helye x_m ugyanez. A foton esemény után m tömeg átkerül a másik oldalra.

Mint már tudjuk Newtontól a kocka tömeg közepe nem változhatott külső erő hiányában.

Ez az alábbi egyenletekben fejezhető ki:

$$x_{minit} = x_{mfinal} \quad \text{és} \quad 0 = \frac{(-M\Delta x - m\Delta x + mD)}{M}$$

Egy kis átrendezéssel: $0 = \frac{(mD - (M + m)\Delta x)}{M}$

Ebből Δx kifejezve $\Delta x = \frac{mD}{M + m}$

Mivel m nagyon kicsi, $\Delta x = \frac{mD}{M}$ 5.

Helyettesítsük vissza 4.-be, $\frac{mDM}{M} = \frac{ED}{c^2}$

Egyszerűsítve $m = \frac{E}{c^2}$

Vagyis $E=mc^2$

QED